

## MAI 1 - domácí úkol ze cvičení 6

1. Ještě : užitím definice limity funkce ukažte (vyberte si aspoň jeden příklad) :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+1} = 0 ; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0 \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} = 2 .$$

2. Vypočítejte následující jednoduché limity funkce ( užití aritmetiky limit, věty o limitě složené funkce,

věty o „dvou strážnících“, základních limit a limit  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  ), nebo ukažte, že funkce limitu a daném bodě nemají :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1} ; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 1} ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 1} ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3\sqrt{x} + 1}{x^2 - 1} ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{x - 1} ; \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4} ;$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x) ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x) ;$$

$$\text{c) } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1} ;$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x} ; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n \log\left(1 - \frac{2}{n}\right), n \in \mathbb{N} ;$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right) ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x} ; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x+1)} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \ln\left(\frac{x}{\sin x}\right) ;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x - \cos x} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin x ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(2 + \sin x) ;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \cos x) .$$

3. Vyšetřete, zda lze v bodě  $a = 0$  spojitě dodefinovat ( a lze-li, tak dodefinujte) funkci  $f$ , která je pro

$$x \neq 0 \text{ dána předpisem } f(x) = \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right).$$